TEMA XV: CONTRASTE DE HIPÓTESES

Tráta-se de enunciar unha hipótese acerca dun parámetro da función da v.a. en estudo e contrasta-la coa evidéncia experimental (información mostral) dentro dunhas marxes de erro prefixadas.

Hipótese estatística é unha suposición que determina parcial ou totalmente a distribución da v.a. (a hipótese estatística pode especificar o valor concreto ou intervalo do parámetro ou a distribución).

Hipótese nula H_0 é aquela que se mantén agás que os dados a desmintan.

Contraste de Fisher

1º) Definir a hipótese nula, a contrastar: $H_0 \equiv \theta = \theta_0$

2º) Definir a medida da discrepáncia entre θ_0 o valor do parámetro θ que supón H_0, e $\hat{\theta}$ a estimación de θ derivada da mostra: $d(\theta_0, \hat{\theta})$ con distribución coñecida cando H_0 sexa certa

3º) Tomar unha mostra aleatória, estimar $\hat{\theta}$, calcular d.

$$\boxed{d = \left(\frac{\theta_0 - \hat{\theta}_{mv}}{\sigma(\hat{\theta}_{mv})} \right)^2 \underset{n\to\infty}{\in} X_1^2}$$

se d grande, rexeitar H_0

se d pequeno, aceitar H_0

"Nivel de Significación α" é o nivel de probabilidade tal que os sucesos con probabilidade de ocurrir menor que α se desprezan (α físa-se a priori, soe ser menos do 5%)

Coñecido α, ácha-se d_c tal que $P(d>d_c / H_0 \text{ é certo})=\alpha$

rexión de rexeitamento de H_0: $d>d_c$

rexión de aceitamento de H_0: $d<d_c$

Os inconvintes de fixar α para elexir a rexión de rexeitamento:

1) o resultado depende moito de α
2) o resultado do test non evidéncia o grau de apoio ou rexeitamento de H_0 por parte da mostra
3) se o test di que se rexeita H_0, conven indicar a estimación mais probábel do parámetro á vista dos dados

Para 1) e 2), procedemento alternativo (do *p-valor*)

"Nivel Crítico/Nivel de Significación a Posteriori"=$P(d \geq \hat{d} / H_0 \text{ certo})$

(probabilidade de obter unha discrepáncia superior á derivada cando H_0 é certo)

menor que p $\Rightarrow$ menor probabilidade de observar unha discrepáncia como a experimentada $\Rightarrow$ menor credibilidade de H_0

Test de Hipóteses de Newton-Pearson

Escólle-se entre

$H_0 \equiv$ hipótese nula que contrastamos

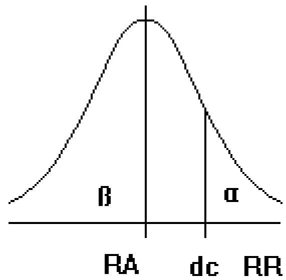
$H_1 \equiv$ hipótese alternativa implícita no rexeitamento de H_0

Enténde-se que nuha e só unha das duas hipóteses pode ser certa.

Erro tipo I, EI= rexeitar H_0 / H_0 é certo α=P(EI)

Erro tipo II, EII = aceitar H_0 / H_0 é falso (H_1 é certo) β=P(EII)

Para baixar α reduzo a rexión de rexietamento, RR; entón aumento a rexión de aceitación RA, e sóbe-se β; non se poden baixar os dous erros.

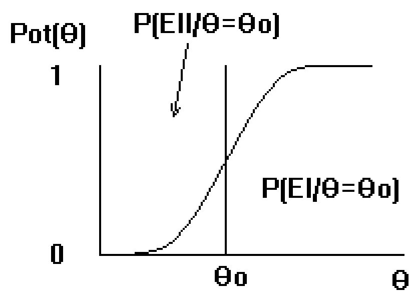


Poténcia dun Test

$H_0 \equiv \theta=\theta_0$; $H_1 \equiv \theta \in \{\theta_1,\dots,\theta_\kappa\}$; Poténcia($\theta$)=P(rexeitar H_0/θ)

—Se $\theta=\theta_0$ $\Rightarrow$ Pot(θ)=P(rexeitar H_0/θ_0)=P(EI)=α

—Se $\theta\neq\theta_0$ $\Rightarrow$ Pot(θ)=P(rexeitar H_0/θ)=1-P(aceitar H_0/θ)=$1-\beta(\theta)$=1-P(EII para θ)



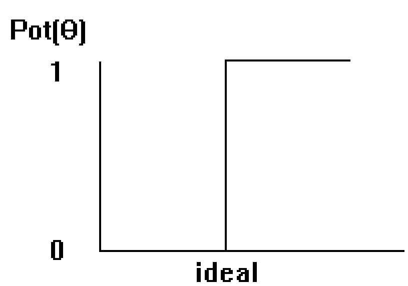
$H_0 \equiv \theta \in \{\theta_0,\dots,\theta_k\}$; $H_1 \in \{\theta_{k+1},\dots,\theta_s\}$

—Se $\theta \in \{\theta_0\dots\}$ $\Rightarrow$ Pot(θ)$\leq\alpha$, $\alpha = \max_{\theta\in\{\theta_0\dots\}}$ P(rexeitar H_0/θ)

—Se $\theta \in \{\theta_{k+1}\dots\}$ $\Rightarrow$ Pot(θ)=1-$\beta(\theta)$

Critério de Optimalidade Neyman-Pearson

Para elexeir de entre várias medidas de discrepáncia: d_1, d_2
nivel de significación α fixado. P(EI)=α fixo, interésa-nos diminuir P(EII) $\Rightarrow$ elíxe-se d_1 se



$Pot_1(\theta)\geq Pot_2(\theta)$

+ potente
-p erro II

Fixado o erro de tipo I, α, se temos várias medidas de discrepáncia para ese nivel escolleremos aquela cuia poténcia sexa máxima.

▪ <u>Exercicio</u> [B.15] *Unha empresa fabrica dous tipos de lámpadas. Nos dous tipos a duración en horas segue unha disposición normal de desviación típica 2 horas e médias 40 e 35. Un comerciante recebe un envio de dous paquetes de lámpadas, un de cada clase, pero por erro veñen sen clasificar. Para diferenciar se son dun tipo ou de outro, segue a seguinte regra: examina 20 e aceita que son do tipo A se a média mostral da duración de 20 lámparas é maior que 38. Calcular as probabilidades dos posíbeis erros que pode cometer.*

$\sigma=2$
$\mu_A=40$
$\mu_A=35$
H_0: $\mu_A=40$
H_1: $\mu_A=35$
$\alpha=P(\text{rexeitar } H_0/H_0 \text{ é certo})=P(\bar{x}\leq 38/\mu=40)=P(z\leq(38-40)/(2/\sqrt{20}))=$
$\uparrow$
Baixo H_0, se $x\in N(40,2)$, como $Var(\bar{x})=\sigma^2/n=2^2/20 \Rightarrow \bar{x}\in N(40,\sqrt{(2^2/20)})$

$=P(z\leq-\sqrt{20})=P(z\leq-4.47)=0$

$\beta=P(\text{aceitar } H_0/H_0 \text{ é falso})=P(\bar{x}>38/\mu=35)=P(z>(38-35)/(2/\sqrt{20}))$
$\uparrow$
Baixo H_1, se $x\in N(35,2)$, como $Var(\bar{x})=\sigma^2/n=2^2/20 \Rightarrow \bar{x}\in N(35,\sqrt{(2^2/20)})$

$=P(z>6.7)=0$

▪ <u>Exercício</u> [B.19] *Un fármaco para durmir, por experiéncia de anos, garante 8 horas de sono, con unha desviación de 2 horas. Sáca-se ao mercado unha nova versión do fármaco, asegurando que produce mais horas de sono. Nun hospital quére-se comprobar esta afirmación e experiménta-se en 100 enfermos, obtendo unha média de 9 horas de sono. Ao nivel do 5%, pode afirmar-se que o segundo produto produce mais sono que o primeiro?*